EXERCICE N°1 : 15' 4 points

A]- Indiquer pour chaque question la réponse exacte . Aucune justification n'est demandée

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) Soient A et B deux événements indépendants tels que $p(A)=0,8$ *et* $p(B)=0,6$

a) $p(A\cap\overline{B})=0,1$ b) $p(A\cap\overline{B})=0,48$ c) $p(A\cap\overline{B})=0,32$

2) Si f est continue et positive sur [-1,1] alors $\int_1^{-1} f(x)\,dx$ est :

a) positive b) négative c) nulle

3) Soit n un entier naturel non nul et X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n *et* $\frac{1}{n}$ telle que $V(X)=\frac{10}{11}$

a) $n=10$ b) $n=11$ c) $n=9$

4) Si X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda=0,005$ alors :

a) $p(X\geq 1000)=e^{-5}$ b) $p(X\geq 1000)=1-e^{-5}$ c) $p(X\geq 1000)=1000\,e^{-0,005}$

5) La solution générale de l'équation différentielle $y'-(Ln3)y+Ln9=0$ *est* :

$a)\ y=k(3)^x-2$ $b)\ y=k(\frac{1}{3})^x+2$ $c)\ y=k(3)^x+2$

B]- Soit X une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité continue P.

On désigne par F la fonction de répartition de la variable X.

Compléter le tableau suivant :

Loi de probabilité	Densité f(x) =	P(5 ≤ X ≤ 10) =	Fonction de répartition F(x) =
Loi uniforme sur [0 ; 10]			
Loi exponentielle de paramètre λ ($\lambda>0$)			

EXERCICE N°2 : 15' 4 points

Un livreur a promis de passer chez un client entre 10h et 11h. On suppose que la probabilité de son passage est uniformément répartie.

1)- Quelle est la probabilité qu'il arrive avant 10h10min ?

2)- Quelle est la probabilité qu'il arrive entre 10h20 min et 10h40min ?

3)- Sachant que le client a attendu le livreur 15 minutes, quelle est la probabilité qu'il arrive dans les dix prochaines minutes ?

EXERCICE N°3 : 20' 4 points

Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la « loi de durée de vie sans vieillissement »
(ou encore loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$).
Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.
1°- Sachant que $p(X > 10) = 0{,}286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ est 0,125.
On prendra 0,125 pour valeur de λ dans la suite de l'exercice.
2°- Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
3°- Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à dix ans ?
4°- On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils.
Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes.
Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?
5°- Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de 10 ans soit supérieure à 0,999 ?

EXERCICE N°4 : 30' 5 points

1) On considère l'équation différentielle (E) : $y + y^3 = -2y'$(où y est une fonction dérivable et strictement positive sur les intervalles D =]a , $+\infty$ [, avec a $\in \mathbb{R}$)

a) On pose $z = \frac{1}{y^2}$ avec y solution de (E) .

Montrer que z est dérivable sur D et que : z' = z +1.

b) En déduire la solution y(x) de (E) sur l'intervalle]-ln 2 , $+\infty$ [et telle que y(0) = 1

2) Soit f la fonction définie sur I =]-ln 2 , $+\infty$ [par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2e^x - 1}}$.

($\mathscr{C}$) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O , \vec{i} , \vec{j}\right)$.

a) Dresser le tableau de variation de f .
b) Préciser l'équation de la tangente (T) à ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse 0.
c) Tracer (T) et ($\mathscr{C}$).

3) Soit g la fonction définie sur]0, π [par : g(x) = - ln(1 + cosx).
a) Montrer que g réalise une bijection de]0, π [sur I.
b) Soit $h = g^{-1}$. Montrer que h est dérivable sur I et que $\forall$ x de I, on a : h'(x) = f(x).
c) Calculer alors l'aire de la partie du plan limitée par ($\mathscr{C}$) et les droites d'équations :
y = 0 , x = ln 2 et x = 0.